

О количестве натуральных решений специфического дискретного уравнения и его свойствах

Р.Н. Баротов¹, Д.Н. Баротов²¹ Худжандский государственный университет им. акад. Б. Гафурова, Худжанд, Республика Таджикистан;² Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

В статье исследуется дискретное уравнение в натуральных числах вида $x = \text{count}(d, x) + n$, где n — натуральное число; $\text{count}(d, x)$ — количество вхождений цифры $d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ в десятичную запись числа x . **Цель работы** — получить априорные оценки решений уравнения и проанализировать зависимость числа решений от параметров d и n . **Основной результат исследования** — установлена двусторонняя априорная оценка для решений уравнения: $n \leq x \leq n + [\lg n] + 2$. Из нее следует: при фиксированных d и n число натуральных решений ограничено; уравнение разрешимо не для всех значений n . Для цифр $d \in \{9, 8, \dots, 2\}$ и любого натурального n доказано, что число решений не превышает 2. Для $d = 1$ и любого натурального n показано, что число решений не превышает 3. Для $d = 0$ конструктивно обосновано, что с ростом n число натуральных решений, каждое из которых может быть представлено в десятичной записи с использованием всего четырех цифр, может неограниченно возрастать. **Теоретическая и практическая значимость.** Результаты имеют теоретико-математический характер и могут быть применены: при исследовании аналогичных дискретных уравнений в натуральных числах; в анализе математических игр-головоломок, описываемых подобными уравнениями; как дополнение к известным результатам в области диофантовых уравнений.

Ключевые слова: количество вхождений цифры d в число x ; неалгебраическое диофантово уравнение; мощность множества; теория алгоритмов; оценка сложности; доказательства существования решений

Для цитирования: Баротов Р.Н., Баротов Д.Н. О количестве натуральных решений специфического дискретного уравнения и его свойствах. *Цифровые решения и технологии искусственного интеллекта*. 2026;2(3):51-57. DOI: 10.26794/3030-7097-2026-2-3-51-57

ORIGINAL PAPER

On the Number of Natural Solutions of a Specific Discrete Equation and Its Properties

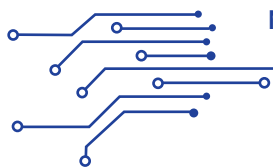
R.N. Barotov¹, D.N. Barotov²¹ Khujand State University named after academician B. Gafurov, Khujand, Republic of Tajikistan;² Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

The article studies a discrete equation in natural numbers of the form $x = \text{count}(d, x) + n$, where n is a natural number; $\text{count}(d, x)$ is the number of occurrences of the digit $d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ in the decimal notation of the number x . The objective of the work is to obtain a priori estimates of solutions to the equation and to analyze the dependence of the number of solutions on the parameters d and n . The main result of the study is the establishment of a two-sided a priori estimate for solutions to the equation: $n \leq x \leq n + [\lg n] + 2$. It follows from this estimate that for fixed d and n , the number of natural solutions is limited; the equation is not solvable for all values of n . For digits $d \in \{9, 8, \dots, 2\}$ and any natural n , it is proved that the number of solutions does not exceed 2. For $d = 1$ and any natural n , it is shown that the number of solutions does not exceed 3. For $d = 0$, it is constructively substantiated that with increasing n , the number of natural solutions, each of which can be represented in decimal notation using only four digits, can increase indefinitely. Theoretical and practical significance. The results are of a theoretical-mathematical nature and can be applied in the study of similar discrete equations in natural numbers; in the analysis of mathematical puzzle games described by similar equations; they also complement known results in the field of Diophantine equations.

Keywords: number of occurrences of the digit d in the number x ; non-algebraic Diophantine equation; cardinality of a set; theory of algorithms; complexity estimation; proofs of the existence of solutions

For citation: Barotov R.N., Barotov D.N. On the number of natural solutions of a specific discrete equation and its properties. *Digital Solutions and Artificial Intelligence Technologies*. 2026;2(3):51-57. DOI: 10.26794/3030-7097-2026-2-3-51-57



ВВЕДЕНИЕ

Дискретные уравнения в натуральных числах представляют собой важный класс математических задач, сочетающих элементы теории чисел, комбинаторики и дискретной математики. Их исследование не только углубляет понимание структуры натуральных чисел, но и находит приложения в криптографии, теории алгоритмов, а также в анализе игровых механик и головоломок.

В настоящей работе изучается специфическое дискретное уравнение в натуральных числах вида

$$x = \text{count}(d, x) + n, \quad (1)$$

где: $x, n \in N$ — натуральные числа; $d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ — цифра десятичной системы счисления; $\text{count}(d, x)$ — количество вхождений цифры d в десятичную запись числа x .

Актуальность исследования обусловлена двумя ключевыми факторами:

1. **Прикладная мотивация.** Уравнение (1) возникает при математическом описании нетривиальной игры-головоломки [1], где требуется восстановить число x по заданному «смещенному» количеству определенной цифры в его записи. Анализ таких уравнений позволяет формализовать правила игры, оценить сложность уровней и разработать алгоритмы генерации математических игр и задач.

2. **Теоретическая новизна.** Легкость уравнений типа (1) обманчива, именно поэтому, по мнению авторов, они не были достаточно изучены в научной литературе. Отсутствуют общие / конструктивные методы оценки числа решений, анализа их распределения и зависимости от параметров d и n . Это создает пробел в теории диофантовых уравнений, особенно в части неалгебраических дискретных соотношений.

Цель работы — проведение комплексного анализа уравнения (1), включающего получение двусторонней априорной оценки для решений; установление ограничений на число натуральных решений при фиксированных d и n ; исследование асимптотического поведения числа решений при $d = 0$ и росте n .

Основные задачи исследования:

- Доказать двустороннюю оценку $n \leq x \leq n + \lfloor \lg n \rfloor + 2$ для любого решения x уравнения (1).
- Показать, что при $d \in \{1, 2, \dots, 9\}$ число решений не превышает трех, причем равенство 3 возможно только при $d = 1$.
- Конструктивно обосновать неограниченный рост числа решений при $d = 0$ с увеличением n , построив для любого $k \in N$ значение n_k , для которого уравнение имеет не менее k решений, каждое из которых может быть представлено в десятичной записи

с использованием всего четырех цифр 0, 1, 2 и 9.

4. Ввести и использовать аппарат дискретных производных $[\Delta_d(m)]$ и операций конкатенации чисел для анализа монотонности и структуры решений.

Методологическая база опирается на:

- комбинаторные методы подсчета цифр в десятичной записи;
- техники оценки роста функций с логарифмическими слагаемыми;
- аппарат теории множеств — анализ мощности $\text{card}(S_d(n))$;
- конструктивные доказательства существования решений через рекурсивное построение числовых последовательностей.

Научная новизна работы заключается в: первой систематической постановке и решении уравнения (1); получении неулучшаемой априорной оценки решений; доказательстве принципиального различия в поведении числа решений для $d = 0$ и $d \neq 0$.

Практическая значимость результатов состоит в: возможности их применения при разработке математических игр и головоломок с числовыми правилами; в задачах кодирования и сжатия данных, где важно учитывать частоту цифр в числах; как элемента теории дискретных уравнений в курсах высшей математики и теоретической информатики.

Структура статьи соответствует логике исследования: после постановки задачи вводятся необходимые обозначения, затем последовательно доказываются ключевые утверждения об оценках и числе решений, завершается работа выводами и перспективами дальнейших исследований.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основной мотивацией авторов к изучению уравнения (1) является то, что, во-первых, оно возникает при математическом описании некоторой нетривиальной игры (головоломки) [1], а во-вторых, результаты, полученные в ходе его анализа, дополняют результаты, полученные в научных работах [2–17]. В результате исследования устанавливается общая двусторонняя априорная оценка решения дискретного уравнения (1), из которой следует, что, во-первых, при фиксированных d и n число его натуральных решений ограничено, а во-вторых, оно разрешимо не при каждом n . Выясняется, что для любой цифры $d \in \{9, 8, \dots, 1\}$ дискретная функция, равная $m - \text{count}(d, m)$, не убывает по m и на базе этого обосновывается, что для каждого натурального n и каждой цифры $d \in \{9, 8, \dots, 1\}$ число натуральных решений урав-



нения вида (1) не более трех, причем если оно равно 3, то $d = 1$. Также конструктивно аргументируется, что при $d = 0$ с ростом n количество натуральных решений, каждое из которых может быть представлено в десятичной записи с использованием четырех цифр, может расти неограниченно.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Пусть $S_d(n) = \{x \in \mathbb{N} : x = \text{count}(d, x) + n\}$ — множество натуральных решений уравнения $x = \text{count}(d, x) + n$, $\text{card}(S_d(n))$ — мощность (ко-

личество элементов) множества $S_d(n)$, где, как отмечено выше, n — натуральное число; $\text{count}(d, x)$ — число вхождений цифры $d \in \{0, 1, \dots, 9\}$ в десятичную запись x .

Пусть $\Delta_d(m) = 1 - \text{count}(d, m+1) + \text{count}(d, m)$ — (дискретная) производная (дискретной) функции, равной $m - \text{count}(d, m)$, по m .

Пусть $\text{concat}(a, b) = \overline{a_{p-1} \dots a_1 a_0 b_{q-1} \dots b_1 b_0}$ — натуральное число, полученное путем конкатенации натуральных чисел $a = \overline{a_{p-1} \dots a_1 a_0}$ и $b = \overline{b_{q-1} \dots b_1 b_0}$.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Начнем изложение с общей двусторонней априорной оценки решения рассматриваемого дискретного уравнения.

Утверждение 1. Если $x^* \in \mathbb{N}$ — решение уравнения $x = \text{count}(d, x) + n$, то справедлива следующая двусторонняя оценка

$$n \leq x^* \leq n + \lceil \lg(n) \rceil + 2. \quad (2)$$

Доказательство. Пусть $x^* = \text{count}(d, x^*) + n$. Левая часть неравенства (2) очевидна, так как ввиду определения функции $\text{count}(d, x)$ имеем

$$x^* = \text{count}(d, x^*) + n \geq 0 + n = n.$$

Докажем справедливость правой части неравенства (2). Для этого покажем, что имеет место следующее неравенство

$$n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k - \text{count}(d, n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k) > n \quad \forall k \in \mathbb{N}. \quad (3)$$

Действительно,

$$\begin{aligned} & n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k - \text{count}(d, n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k) > \\ & > n + \lg(n) + 1 + k - \text{count}(d, n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k) \geq \\ & \geq n + \lg(n) + 1 + k - \lceil \lg(n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k) \rceil - 1 \geq \\ & \geq n + \lg(n) + k - \lg(n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 + k) \geq \\ & \geq n + \lg(n) + k - \lg(n + \lg(n) + 2 + k) = n + k - \lg\left(\frac{n + \lg(n) + 2 + k}{n}\right) = \\ & = n + k - \lg\left(1 + \frac{\lg(n) + 2}{n} + \frac{k}{n}\right) \geq n + k - \lg\left(1 + 2 + \frac{k}{n}\right) \geq \\ & \geq n + k - \lg\left(1 + 2 + \frac{k}{1}\right) = n + k - \lg(k + 3) > n + 0, 3 > n. \end{aligned}$$

Из неравенства (3) очевидным образом следует правая часть соотношения (2). Утверждение 1 доказано.

Замечание 1. Двусторонняя априорная оценка (2) в общем случае является неулучшаемой, так как, например, если $n = 9$ и $d = 1$, то граничные натуральные числа $x_1 = n = 9$ и $x_2 = n + \lceil \lg(n) \rceil + 2 = 9 + \lceil \lg(9) \rceil + 2 = 11$ являются решениями уравнения $x = \text{count}(d, x) + n$.

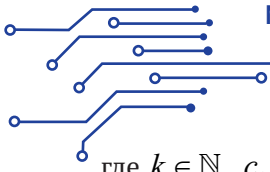
Аргументируем, что для ненулевой цифры d дискретная функция, равная $m - \text{count}(d, m)$, является неубывающей по m .

Утверждение 2. Имеет место следующее неравенство

$$\Delta_d(m) \geq 0 \quad \forall m \in \mathbb{N} \text{ и } \forall d \in \{1, 2, \dots, 9\}. \quad (4)$$

Доказательство. Пусть $c_{k-1} \dots c_1 c_0$ — десятичная запись числа m , т.е.

$$m = c_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots + c_1 \cdot 10 + c_0,$$



где $k \in \mathbb{N}$, $c_{k-1} \neq 0$ и $c_0, c_1, \dots, c_{k-1} \in \{0, 1, \dots, 9\}$. Пусть $c_k = 0$. Тогда число m можно представить в виде

$$m = c_k \cdot 10^k + c_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots + c_1 \cdot 10 + c_0 = \overline{c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0}.$$

Пусть $s = \min \{j \in \{0, 1, \dots, k\} : c_j \neq 9\}$ — наименьший индекс, такой что $c_s \neq 9$. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta_d(m) &= 1 - (\text{count}(d, m+1) - \text{count}(d, m)) = \\ &= \begin{cases} 1 - (\text{count}(d, m) + \delta(c_s) - \text{count}(d, m)), & \text{если } 1 \leq d < 9 \\ 1 - (\text{count}(d, m) - s + \varepsilon(c_s) - \text{count}(d, m)), & \text{если } d = 9 \end{cases} = \\ &= \begin{cases} 1 - \delta_d(c_s), & \text{если } 1 \leq d < 9 \\ s + 1 - \varepsilon(c_s), & \text{если } d = 9 \end{cases} \geq 0, \end{aligned}$$

так как

$$\delta_d(c_s) = \begin{cases} 1, & \text{если } c_s = d - 1 \\ -1, & \text{если } c_s = d \\ 0, & \text{если } c_s \notin \{d-1, d\} \end{cases}, \quad \varepsilon(c_s) = \begin{cases} 1, & \text{если } c_s = 8 \\ 0, & \text{если } c_s \neq 8 \end{cases}, \quad 0 \leq s \leq k.$$

Утверждение 2 доказано.

Замечание 2. Если $d \in \{1, 2, \dots, 9\}$, то $\Delta_d(m) = 0$ тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих двух условий:

- 1) выполняются неравенство $d \neq 9$ и равенство $c_s = d - 1$;
- 2) соблюдаются равенства $d = 9$, $s = 0$ и $c_s = 8$.

Несмотря на то что, ввиду неулущаемой в общем случае оценки (2), число потенциальных кандидатов на решение неограниченно растет с ростом n , на основании утверждения 2 и замечания 2 обобщим, что если $d \in \{1, 2, \dots, 9\}$, то число натуральных решений уравнения вида (1) не более трех.

Утверждение 3. Имеет место следующее неравенство

$$0 \leq \text{card}(S_d(n)) \leq 3 \quad \forall n \in \mathbb{N} \text{ и } \forall d \in \{1, 2, \dots, 9\}. \quad (5)$$

Доказательство. Левая часть неравенства (5), ввиду определения $\text{card}(S_d(n))$, очевидна, а правую часть неравенства (5) докажем от противного. Пусть существуют $n^* \in \mathbb{N}$ и $d^* \in \{1, 2, \dots, 9\}$ такие, что $\text{card}(S_{d^*}(n^*)) > 3$. Тогда существуют четыре натуральных числа $x_1^* < x_2^* < x_3^* < x_4^*$ такие, что $x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^* \in S_{d^*}(n^*)$. Отсюда, в силу утверждения 2 и неравенства $x_1^* < x_2^* < x_3^* < x_4^*$, получаем:

$$\begin{aligned} 0 = n^* - n^* &= x_4^* - \text{count}(d^*, x_4^*) - (x_1^* - \text{count}(d^*, x_1^*)) \geq \\ &\geq x_1^* + 3 - \text{count}(d^*, x_1^* + 3) - (x_1^* - \text{count}(d^*, x_1^*)) = \\ &= \Delta_{d^*}(x_1^* + 2) + \Delta_{d^*}(x_1^* + 1) + \Delta_{d^*}(x_1^*). \end{aligned}$$

Для завершения доказательства осталось показать, что

$$\Delta_{d^*}(x_1^* + 2) + \Delta_{d^*}(x_1^* + 1) + \Delta_{d^*}(x_1^*) > 0. \quad (6)$$

Относительно d^* рассмотрим три случая.

Случай 1. Пусть $d^* = 9$. Тогда, в силу утверждения 2 и замечания 2, выполняется $\Delta_{d^*}(x_1^* + 1) + \Delta_{d^*}(x_1^*) > 0$ и, следовательно, верно неравенство (6).

Случай 2. Пусть $9 > d^* > 1$. Тогда, в силу утверждения 2 и замечания 2, выполняется соотношение (6), так как справедливо $\Delta_{d^*}(x_1^* + 1) + \Delta_{d^*}(x_1^*) > 0$.

Случай 3. Пусть $d^* = 1$. Тогда, в силу утверждения 2 и замечания 2, неотрицательная величина $\Delta_{d^*}(x_1^* + 1) + \Delta_{d^*}(x_1^*)$ может равняться 0, но величина $\Delta_{d^*}(x_1^* + 2) + \Delta_{d^*}(x_1^*)$ строго положительна и, следовательно, выполняется неравенство (6). Утверждение 3 доказано.



Замечание 3. Неравенство (5) в общем случае неулучшаемо, так как ввиду утверждения 1 нетрудно заметить, что $S_1(1) = \emptyset$ и $S_1(9) = \{9, 10, 11\}$.

Замечание 4. Если в случае $d \neq 0$ множество $S_d(n)$ непустое, то его элементами являются последовательные натуральные числа.

Далее конструктивно обоснуем, что с ростом n количество специальных натуральных решений уравнения $x = \text{count}(0, x) + n$ может расти неограниченно, а именно, конструктивно докажем, что для каждого натурального k найдется натуральное число n_k такое, что число натуральных решений уравнения $x = \text{count}(0, x) + n_k$, каждое из которых может быть представлено в десятичной записи с использованием всего лишь цифр 0, 1, 2 и 9, не меньше k .

Утверждение 4. Для каждого натурального k найдется натуральное число n_k такое, что число натуральных решений уравнения $x = \text{count}(0, x) + n_k$, каждое из которых может быть представлено в десятичной записи с использованием только цифр 0, 1, 2 и 9, не меньше k .

Доказательство. Аргументируем, что если набор из m натуральных чисел $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, удовлетворяющих условию

$$10^{s_m-1} \leq x_1 < x_2 < \dots < x_m \leq 10^{s_m} - 1,$$

является подмножеством множества $S_0(n_m)$, где $m, s_m, n_m \in \mathbb{N}$, то новый набор из $m+1$ натуральных чисел

$$\left\{ 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1, \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_1), \right. \\ \left. \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_2), \dots, \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_m) \right\},$$

удовлетворяющих условию

$$10^{s_{m+1}-1} \leq 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1 < \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_1) < \\ < \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_2) < \dots < \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_m) \leq 10^{s_{m+1}} - 1,$$

является подмножеством множества $S_0(n_{m+1})$, где $s_{m+1} = s_m + n_m + 2$, $n_{m+1} = 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1$. Действительно,

$$2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1 - \text{count}(0, 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1) = 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1 - 0 = \\ = 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1; \\ \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_i) - \text{count}(0, \text{concat}(2 \cdot 10^{n_m+1}, x_i)) = \\ = 2 \cdot 10^{n_m+1} \cdot 10^{s_m} + x_i - \text{count}(0, 2 \cdot 10^{n_m+1}) - \text{count}(0, x_i) = \\ = 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - (n_m + 1) + x_i - \text{count}(0, x_i) = \\ = 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - (n_m + 1) + n_m = 2 \cdot 10^{s_m+n_m+1} - 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}.$$

Теперь, учитывая $S_0(1) = \{1\}$, если начиная с $n_1 = 1$, $s_1 = 1$, $x_1 = 1$ последовательно повторить $k-1$ раз вышеизложенную идею построения $(m+1)$ натуральных s_{m+1} -значных решений уравнения $x = \text{count}(0, x) + n_{m+1}$ на основе m натуральных s_m -значных решений уравнения $x = \text{count}(0, x) + n_m$, то получим натуральное число n_k и k натуральных чисел, каждое из которых может быть представлено в десятичной записи с использованием только цифр 0, 1, 2 и 9, являющихся решениями уравнения $x = \text{count}(0, x) + n_k$. Утверждение 4 доказано.

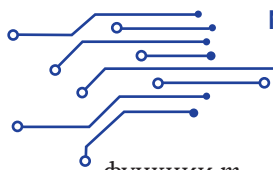
ВЫВОДЫ

В ходе исследования дискретного уравнения вида $x = \text{count}(d, x) + n$ получены следующие ключевые результаты:

1. Априорная оценка решений. Доказана двусторонняя неулучшаемая в общем случае оценка для любого решения x : $n \leq x \leq n + \lceil \lg n \rceil + 2$.

Это позволяет ограничить область поиска решений и служит основой для дальнейшего анализа.

2. Ограниченность числа решений при $d \neq 0$. Для любой цифры $d \in \{1, 2, \dots, 9\}$ и любого натурального n установлено, что число натуральных решений уравнения не превышает трех; случай с тремя решениями возможен только при $d = 1$. Выводы опираются на анализ монотонности дискретной



функции m — $\text{count}(d, m)$ и свойства ее дискретной производной $\Delta_d(m)$.

3. Неограниченный рост числа решений при $d = 0$. Показано, что при $d = 0$ с увеличением n количество решений может расти неограниченно. Для любого натурального k конструктивно построено значение n_k , при котором уравнение имеет **не менее k решений, составленных с использованием только цифр 0, 1, 2 и 9**. Это демонстрирует принципиальное отличие поведения уравнения при $d = 0$ от случая $d \neq 0$.

Конструктивные методы анализа. В работе разработан и применен аппарат: дискретных производных ($\Delta_d(m)$) для исследования монотонности; операции конкатенации чисел для построения множеств решений при $d = 0$. Эти инструменты могут быть полезны при изучении аналогичных дискретных уравнений.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты заполняют пробел в теории диофан-

товых уравнений, касающийся неалгебраических дискретных соотношений; дают математический аппарат для анализа числовых головоломок и игр, где требуется восстановление числа по частоте цифр; могут найти применение в задачах кодирования и сжатия данных, где важна статистика цифр в числах.

Перспективы дальнейших исследований: обобщение результатов на другие позиционные системы счисления; изучение уравнений с несколькими цифрами d одновременно; разработка эффективных алгоритмов поиска решений на основе полученных оценок; анализ сложности вычисления функции $\text{count}(d, x)$ в контексте теории алгоритмов.

Таким образом, проведенное исследование не только решает поставленную задачу, но и открывает новые направления для изучения дискретных уравнений в натуральных числах с комбинаторными ограничениями.

REFERENCES

1. Barotov D.N. On the Analysis of a System of Equations Containing a Parameter n and Describing a Special State of a Certain Table of Numbers. *Mathematics*. 2025;14:119. URL: <https://doi.org/10.3390/math14010119>
2. Allouche J.-P., Shallit J. Automatic Sequences: Theory, Applications, Generalizations. *Cambridge University Press*. 2003. URL: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511546563>
3. Allouche J.-P., Shallit J. The Ring of k -regular Sequences. *Theoretical Computer Science*. 1992;98:163–197. URL: [https://doi.org/10.1016/0304-3975\(92\)90001-V](https://doi.org/10.1016/0304-3975(92)90001-V)
4. Alekseyev M.A., Johnson D., Sloane N.J.A. On Kaprekar's Junction Numbers. 2021. arXiv:2112.14365. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2112.14365>.
5. Gupta S. S. On Some Special Numbers. In: Exploring the Beauty of Fascinating Numbers. Singapore: Springer Nature Singapore; 2025:527–565. URL: https://doi.org/10.1007/978-981-97-2465-9_22
6. Haggarty R. Discrete Mathematics for Computing. Harlow, England; New York: Addison Wesley; 2002. 304 p.
7. Cai Zeyu. An Effective Method for Solving a Class of Transcendental Diophantine Equations. 2025. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2510.11753>
8. Pooja Devi, Anjana Rajoria. Research on Solutions for Algebraic and Transcendental Diophantine Equations. *Mathematical Statistician and Engineering Applications*. 2022;71(4);12560-12577. URL: <https://doi.org/10.17762/msea.v71i4.2291>
9. Özkoç Öztürk A., Tekcan A. Integer Solutions of a Special Diophantine Equation. 2011. 1389. URL: <https://doi.org/10.1063/1.3637759>
10. Stewart Ia., Tall D. Algebraic number theory and fermat's last theorem, fourth edition. NW: CRC Press Taylor & Francis Group; 2015. 338 p.
11. Kuncak V., Rinard M., Marnette B. On Algorithms and Complexity for Sets with Cardinality Constraints. *Computing Research Repository — CORR*. 2005;9:1-20. URL: <http://drops.dagstuhl.de/opus/volltexte/2006/512>
12. Fogelklou O., Tucker W., Kreiss G. & Siklosi M. A computer-assisted proof of the existence of solutions to a boundary value problem with an integral boundary condition. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2010.16(3). URL: <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2010.07.008>
13. Øksendal B. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. Springer-Verlag; 2000. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-03185-8>
14. Garifullin R.N. Classification of semidiscrete equations of hyperbolic type. The case of third-order symmetries. *Theoretical and Mathematical Physics*. 202;217(2):1767–1776. URL: <https://doi.org/10.1134/S0040577923110119>

15. Berg Ja., Sheombarsing R. Rigorous numerics for ODEs using Chebyshev series and domain decomposition. *Journal of Computational Dynamics*. 2021;8(3). URL: <https://doi.org/10.3934/jcd.2021015>
16. Cheban D. One-dimensional monotone nonautonomous dynamical systems. 2024. *Science China Mathematics*. 67(2):281-314. URL: <https://doi.org/10.1007/s11425-021-2084-x>
17. Barotov D.N., Barotov R.N., Mikhaylova S.S., Feklin V.G. On the Equation $x = \text{count}(d, x) + n$ and Its Application. *Mathematics*. 2026. 14(6):972. URL: <https://doi.org/10.3390/math14060972>

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / ABOUT THE AUTHORS

Рузбой Нумонжонович Баротов — преподаватель кафедры математического анализа им. профессора А. Мухсинова факультета математики, Худжандский государственный университет им. акад. Б. Гафурова, Худжанд, Республика Таджикистан

Ruziboy N. Barotov — Lecturer, Department of Mathematical Analysis named after Professor A. Mukhsinov, Faculty of Mathematics, Khujand State University named after academician Bobojon Gafurov, Khujand, Republic of Tajikistan

<https://orcid.org/0000-0003-3729-6143>
ruzmet.tj@mail.ru

Достонжон Нумонжонович Баротов — старший преподаватель кафедры математики и анализа данных факультета информационных технологий и анализа больших данных, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация

Dostonjon N. Barotov — Senior Lecturer, Department of Mathematics and Data Analysis, Faculty of Information Technology and Big Data Analysis, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation

<https://orcid.org/0000-0001-5047-7710>

Автор для корреспонденции / Corresponding author:
DNBarotov@fa.ru

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
Conflicts of Interest Statement: The authors have no conflicts of interest to declare.

Статья поступила 19.12.2025; после рецензирования 12.03.2026; принята к публикации 16.03.2026.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

The article was submitted on 19.12.2025; revised on 12.03.2026 and accepted for publication on 16.03.2026.

The authors read and approved the final version of the manuscript.